
Улучшение сходимости нелинейного алгоритма моделирования гидроразрыва пласта и цементирования скважин методом ускорения Андерсона

Дербышев Д.Ю.

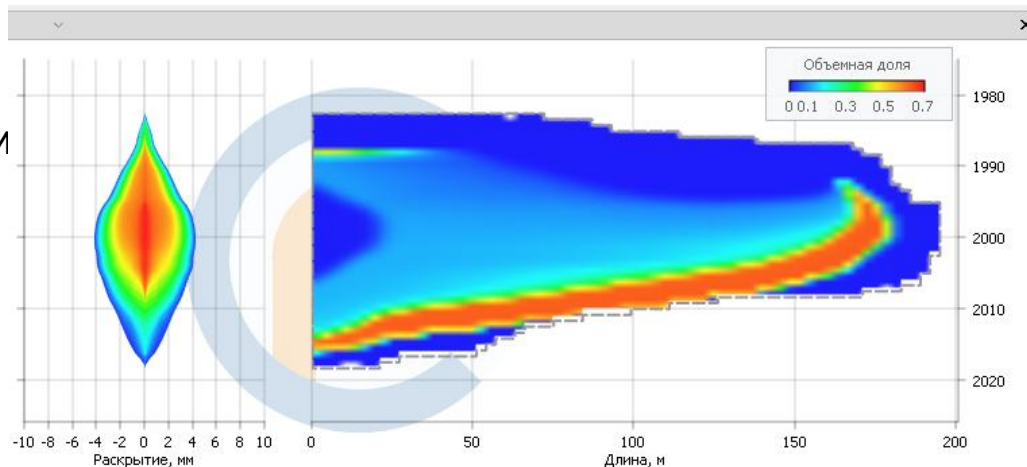
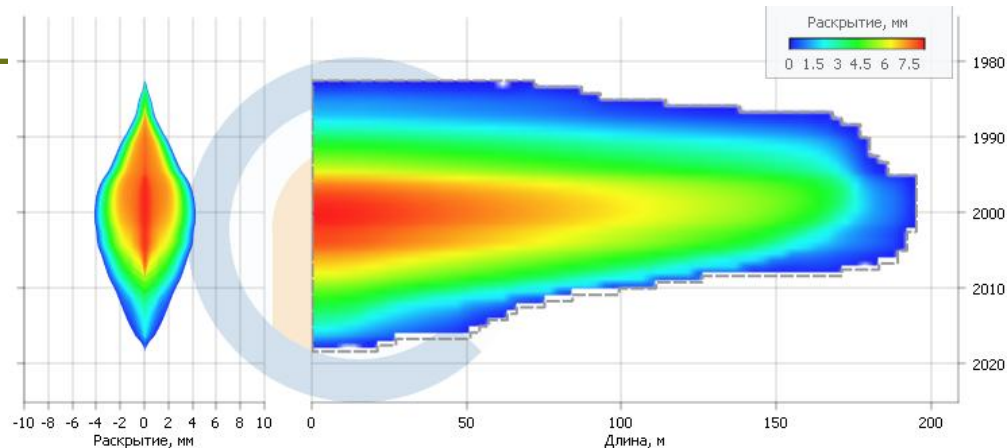
Боронин С.А.

Осипцов А.А.

Овчинников Г.В.

Вступление

- Разработка модели транспорта проппанта в симуляторе Cyber-FRAC;
- Модуль транспорта внедрен в Planar3D ILSA и сопряжен с модулем геомеханики
- Поддерживает различные модели
 - Утечек
 - Бриджинга
 - Осаждения



Основные уравнения

Основные уравнения

$$\frac{\partial w(1 - C_p)C_\alpha}{\partial t} + \text{div}(w(1 - C_p)C_\alpha \mathbf{v}_f) = -2C_\alpha v_{l,\alpha}$$

$$\frac{\partial w C_p}{\partial t} + \text{div}(w C_p \mathbf{v}_p) = 0$$

$$\text{div}\left(\frac{w^3}{12\mu_m} [\nabla p + \text{Bu} \rho_m \mathbf{e}_2] - w C_p \mathbf{v}_s\right) = \frac{\partial w}{\partial t} + 2v_l,$$

$$\mathbf{v}_f = -\frac{w^2}{12\mu_m} [\nabla p + \text{Bu} \rho_m \mathbf{e}_2]$$

Замыкающие соотношения

$$\mathbf{v}_s = -v_s \mathbf{e}_2, \quad v_s = v_{st} f(C_p),$$

$$f(C_p) = \left(1 - \frac{C_p}{C_{max}}\right)^5, \quad \mu_s(C_p) = \left(1 - \frac{C_p}{C_{max}}\right)^{-1.89}$$

$$\mu_m = \mu_s(C_p) \left(C_0 \dot{\gamma}^{n_0-1} + \sum_{\alpha=1}^{N-1} C_\alpha M_\alpha \dot{\gamma}^{n_\alpha-1} \right),$$

$$\rho_m \mathbf{v}_m = (1 - C_p) \left(C_0 + \sum_{\alpha=1}^{N-1} C_\alpha \zeta_\alpha \right) \mathbf{v}_f + C_p \zeta_p \mathbf{v}_p$$

Derbyshev Dmitry Yurievich, PhD student
Email: d.derbyshev@skoltech.ru

Ключевые эффекты

- Несжимаемые несмешивающиеся жидкости;
- Степенная реология;
- Осаждение проппанта;
- Плотная упаковка из-за осаждения и обезвоживания;
- Гравитационное опускание;
- Заданное извне раскрытие;

Обозначения:

C_α – объемная концентрация трейсеров жидкости $\alpha = 0 \dots N$;

C_p – объемная концентрация проппанта;

$\mathbf{v}_f, \mathbf{v}_p$ – скорости жидкостей и проппанта;

$\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_p - \mathbf{v}_f$ – скорость проскальзывания частиц;

Масштабы:

w – раскрытие;

v_l – скорость утечек;

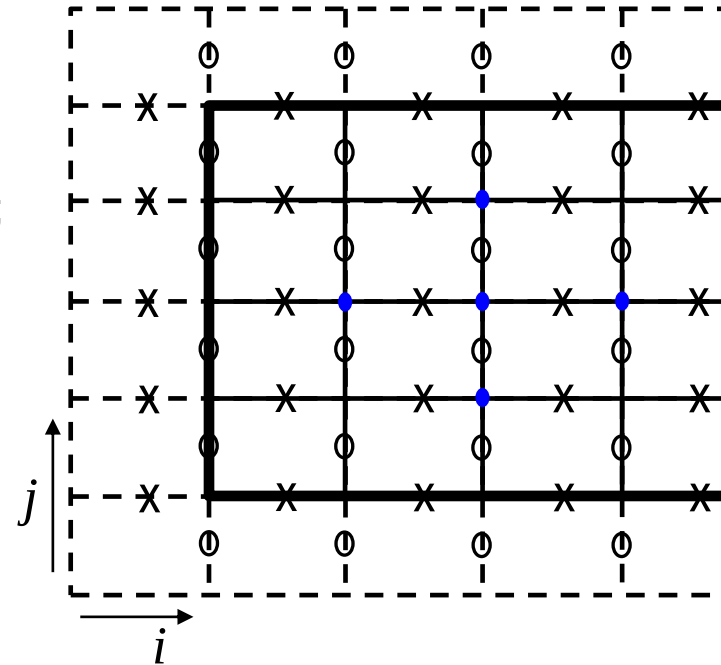
L – длина;

U – скорость на перфорации;

Плотность и кажущаяся вязкость жидкости ρ_0 и μ_0

Обзор численного метода

- Проведена регуляризация области вне трещины;
- Конечно-разностный метод;
- Равномерная прямоугольная сетка;
- 5-точечный шаблон для аппроксимации "крестом";
- IMPES метод;
- Многосеточный солвер собственной разработки;
- Уравнения переноса решаются явно с использованием TVD схемы 2-го порядка;

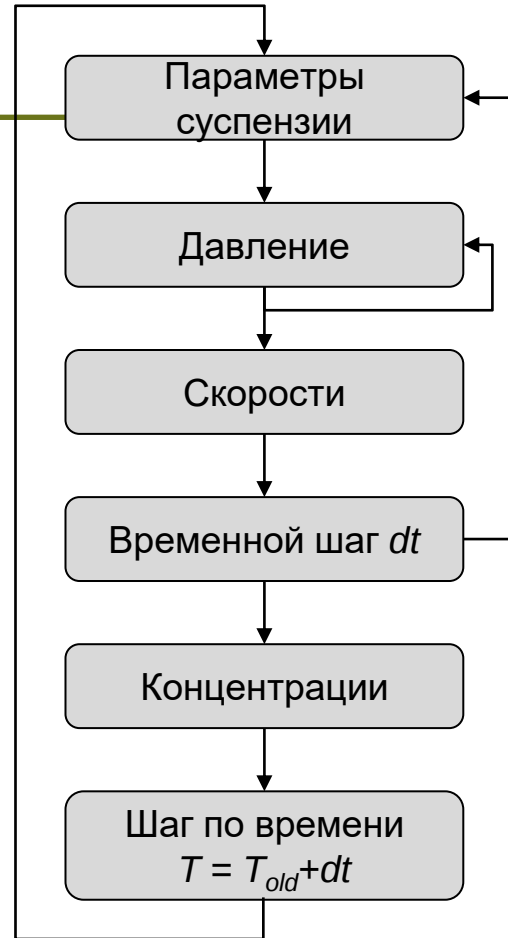


Процедура расчетов

Большая часть времени расчетов тратится на решение эллиптического уравнения для давления.

Производительность зависит от:

- Скорость линеаризации эллиптического уравнения для давления
- Скорость линейного солвера для решения линеаризованного уравнения
- Скорость схождения



Ускорение Андерсона

Для решения задачи о поиске неподвижной точки

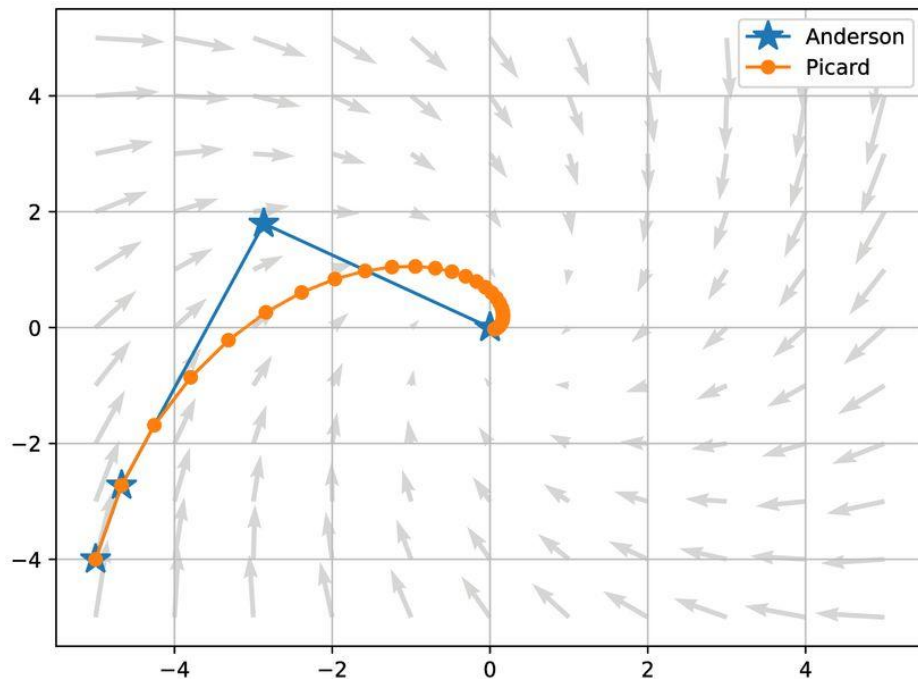
$$G(x) = x$$

вместо метода простых итераций

$$x_{k+1} = G(x_k)$$

Использовать для нахождения x_{k+1} линейную комбинацию последних приближений

$$\{x_k, x_{k-1}, x_{k-2}, x_{k-3} \dots\}$$



Algorithm AA: ANDERSON ACCELERATION

Given x_0 and $m \geq 1$.

Set $x_1 = g(x_0)$.

For $k = 1, 2, \dots$

Set $m_k = \min \{m, k\}$.

Set $F_k = (f_{k-m_k}, \dots, f_k)$, where $f_i = g(x_i) - x_i$.

Determine $\alpha^{(k)} = (\alpha_0^{(k)}, \dots, \alpha_{m_k}^{(k)})^T$ that solves

$$\min_{\alpha = (\alpha_0, \dots, \alpha_{m_k})^T} \|F_k \alpha\|_2 \text{ s. t. } \sum_{i=0}^{m_k} \alpha_i = 1.$$

Set $x_{k+1} = \sum_{i=0}^{m_k} \alpha_i^{(k)} g(x_{k-m_k+i})$.

Модификации

1. Использовать ограниченную память [стандартная];
2. Использовать задержку [стандартная];
3. Применять алгоритм одновременно к:
 - a. 5-диагональной матрице A ;
 - b. Начальному приближению x ;
 - c. Правой части b ;, объединяя 5 диагоналей и 2 вектора в единый вектор
4. Отключать алгоритм (переходить на метод простых итераций) при значительном изменении временного шага dt

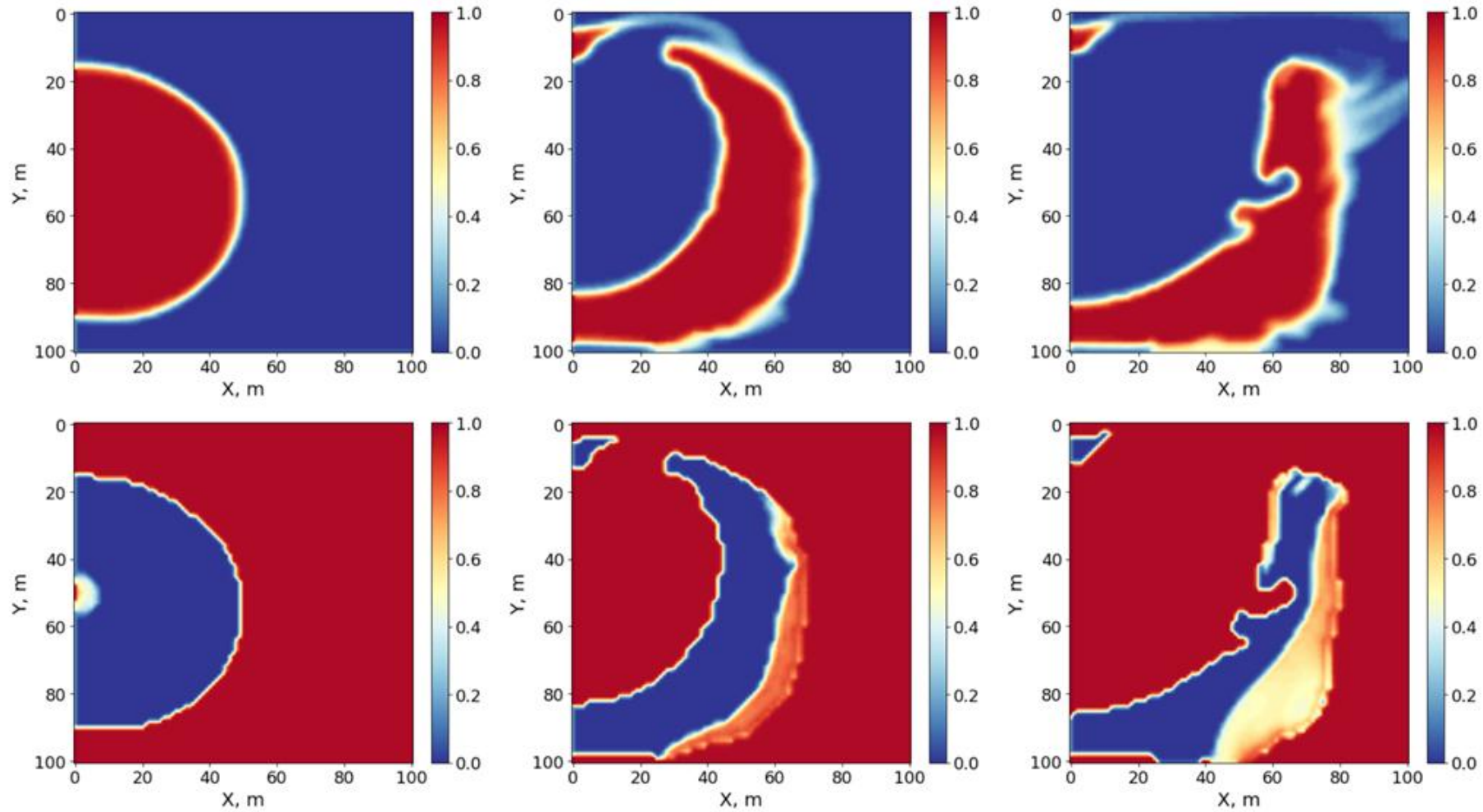
Вытеснение вязкопластической жидкости в открытом канале

- Постоянное раскрытие 0.01м
- Ячейка 100x100м с открытой правой стороной
- Ожидаем неустойчивость Саффмана—Тейлора
- Нет проппанта

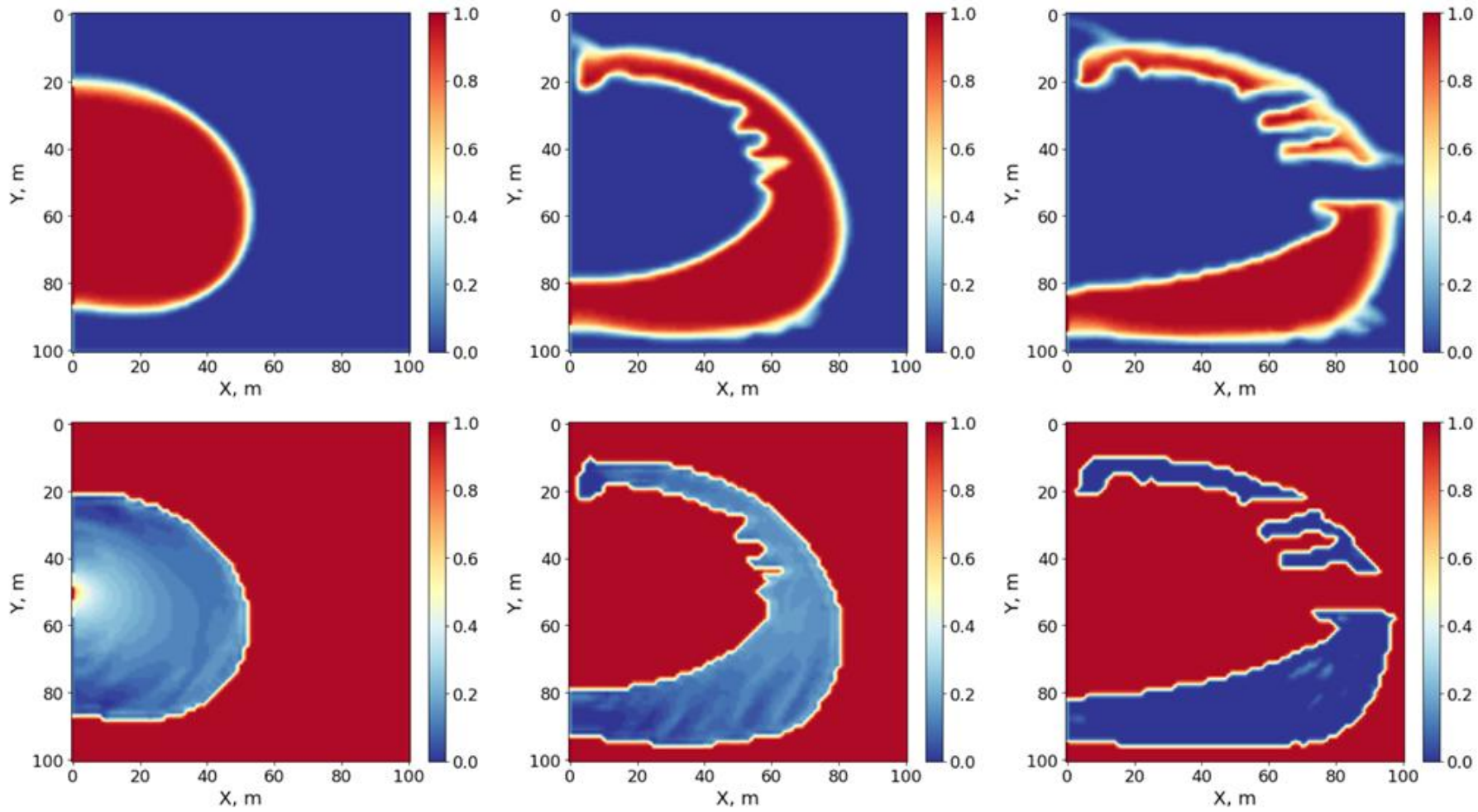
Grid resolution	Algorithm	N_{time}	N_p	N_p^*	N_{nc}	N_{nc}^*	T_{CPU} (s)
33×33	AA	1080	5487	5.1	0	0.00	7.0
	SI	1082	80976	74.8	1065	0.98	68.7
65×65	AA	3840	23223	6.0	0	0.00	77.9
	SI	3872	290485	75.0	3821	0.99	611.4
129×129	AA	15176	95328	6.3	0	0.00	1500.0
	SI	15106	1136607	75.2	14953	0.99	10166.6

- Метод простой итерации не сходится;
- Долгие расчеты, нефизичный результат

Результат, метод простых итераций



Результат, метод ускорения Андерсона



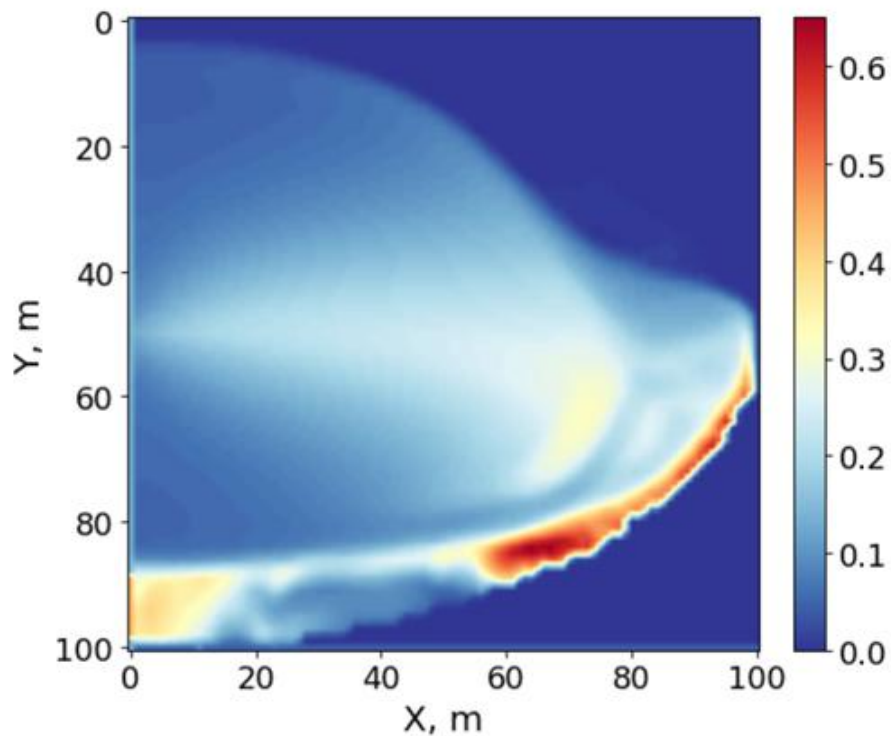
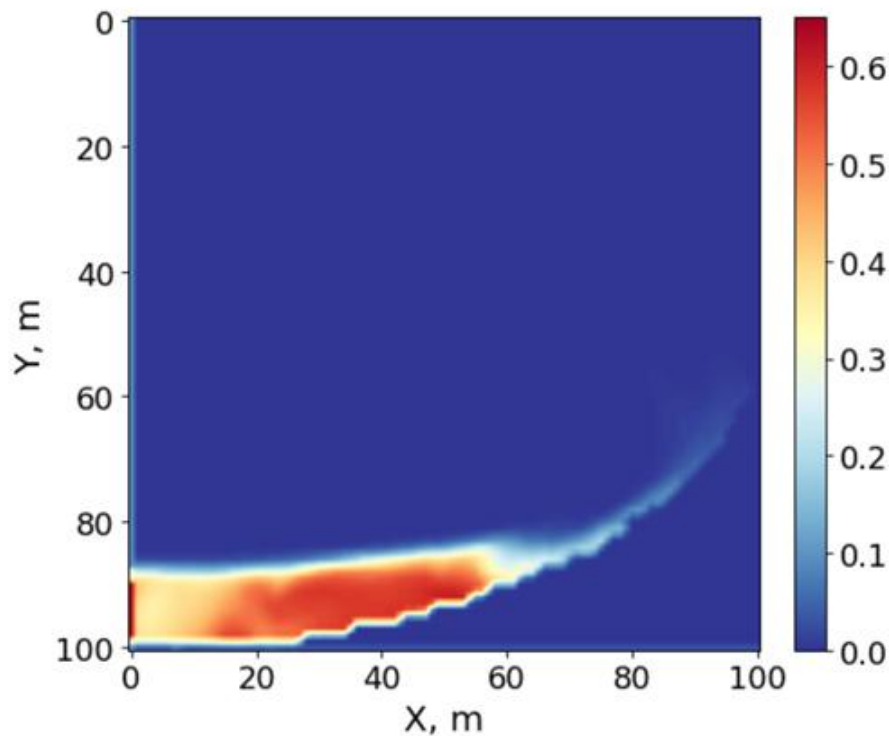
Закачка степенных жидкостей с проппантом в распространяющуюся эллиптическую трещину

- Эллиптическая трещина с постоянной скоростью кончика
- Только степенные жидкости с концентрацией проппанта 0.1
- Скорость утечек — 20% скорости закачки

Grid resolution	Algorithm	N_{time}	N_p	N_p^*	N_{nc}	N_{nc}^*	T_{CPU} (s)
33×33	AA	834	3051	3.7	0	0.00	4.8
	SI	834	3139	3.8	0	0.00	4.7
65×65	AA	2982	8617	2.9	0	0.00	67.4
	SI	2982	9436	3.2	0	0.00	66.5
129×129	AA	11942	32654	2.7	15	0.00	813.2
	SI	11951	33247	2.8	16	0.00	777.6

- Идентичные результаты
- Нет уменьшения производительности

Результат, распределение проппанта



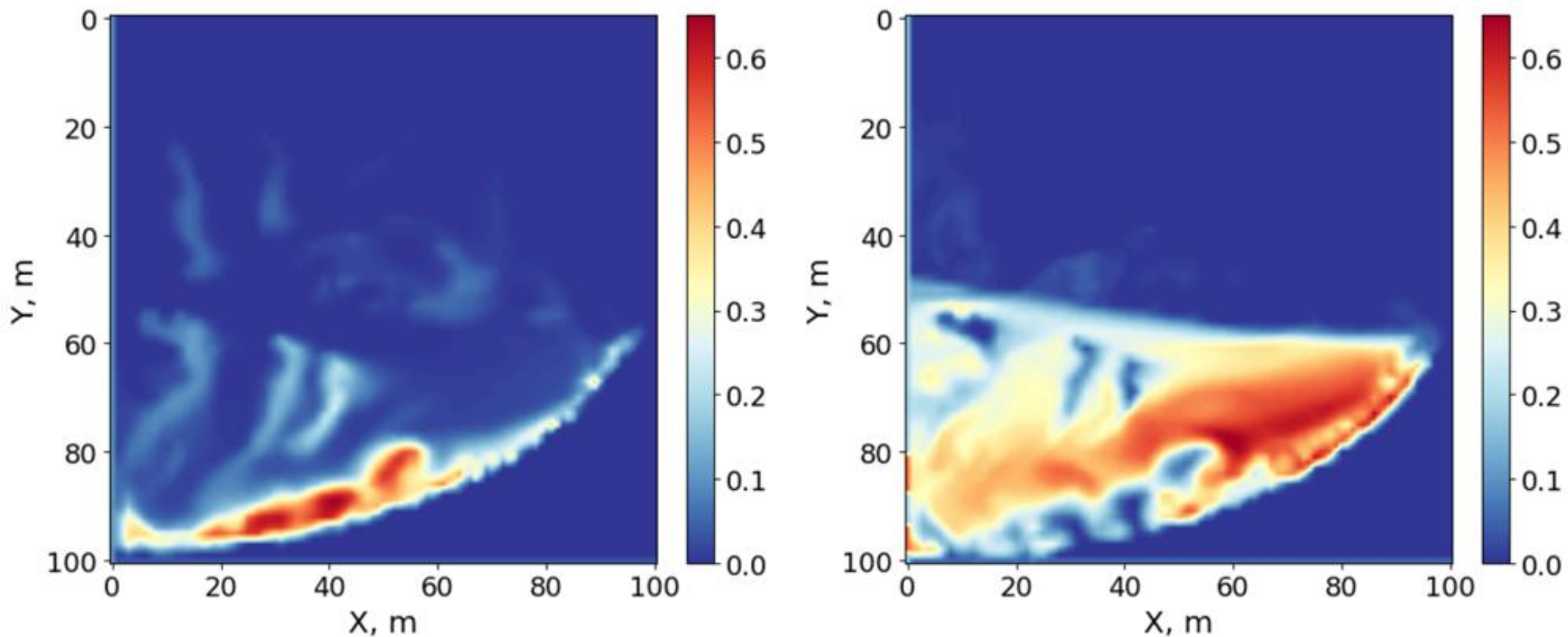
Закачка вязкопластичных и степенных жидкостей с пропантом в распространяющуюся эллиптическую трещину

- Геометрия идентична предыдущему кейсу
- Закачиваются жидкости с более сложной реологией

Grid resolution	Algorithm	N_{time}	N_p	N_p^*	N_{nc}	N_{nc}^*	T_{CPU} (s)
33×33	AA	1113	5056	4.5	0	0.00	8.1
	SI	1072	39191	36.6	475	0.44	48.9
65×65	AA	3516	9707	2.8	0	0.00	45.8
	SI	3286	103116	31.4	1281	0.39	336.0
129×129	AA	12449	41664	3.3	108	0.01	1428.6
	SI	13238	195605	14.8	2210	0.17	3102.2

- Метод простой итерации не дает физического решения за приемлемое время
- Вновь получено многократное ускорение

Результат, распределение проппанта



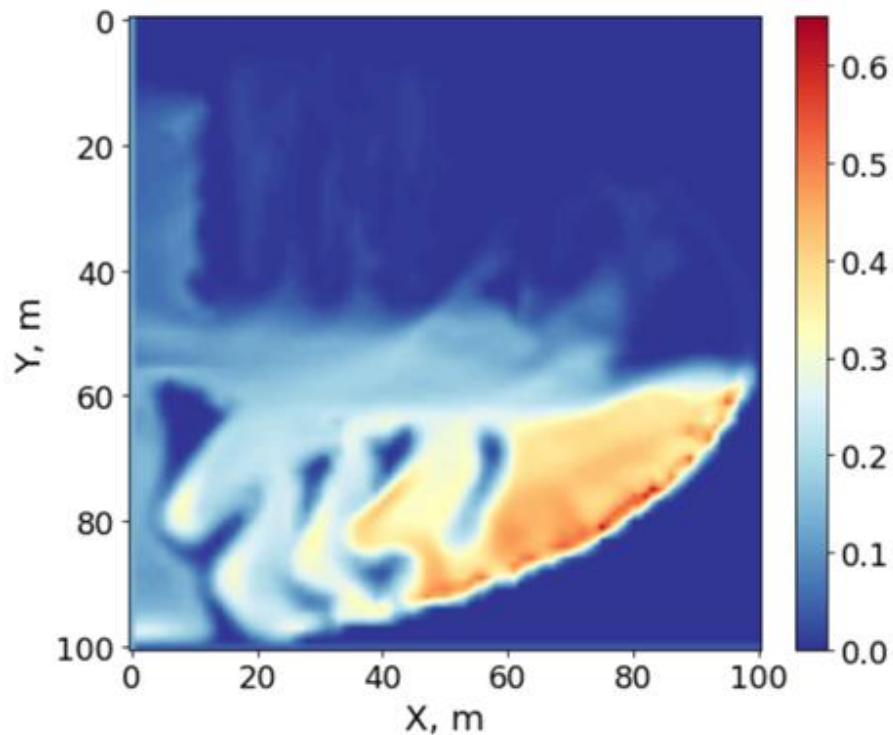
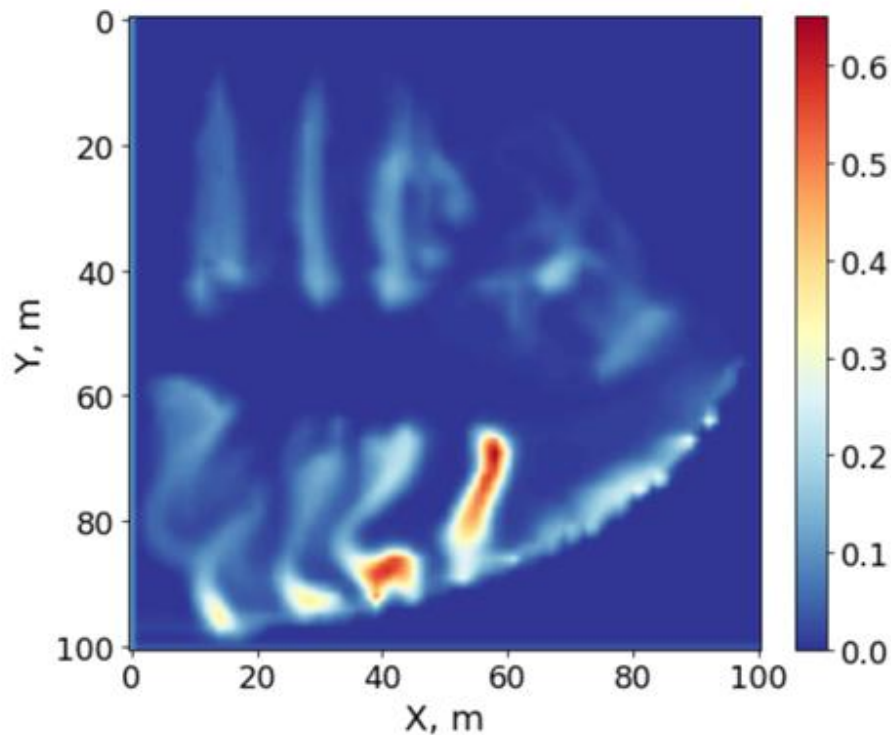
Увеличение скорости распространения трещины

- Скорость распространения трещины увеличена в 4 раза (до 0.06м/с)
- Скорости закачки и утечек соответственно возросли
- Приводит к снижению кажущейся вязкости жидкости и увеличению скорости оседания проппанта

Grid resolution	Algorithm	N_{time}	N_p	N_p^*	N_{nc}	N_{nc}^*	T_{CPU} (s)
33×33	AA	750	3037	4.0	0	0.00	5.2
	SI	750	10749	14.3	108	0.14	13.1
65×65	AA	2840	9936	3.5	2	0.00	80.1
	SI	2846	125643	44.1	1595	0.56	694.8
129×129	AA	11197	38200	3.4	63	0.01	1226.3
	SI	11165	223767	20.0	2653	0.24	3789.0

- Метод простой итерации не дает физического решения за приемлемое время
- Derbyshev Dmitry Yurievich, Postgraduate student
Email: dmitriy.derbyshev@skoltech.ru

Результат, распределение проппанта



Спасибо за внимание!

	N	Parameter	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4
Fluid	1	Flow behaviour index n	0.8	0.6	0.8	0.8
		Consistency index K , Pa $\cdot$ s n	0.03	0.7	0.3	0.3
		Yield stress τ , Pa	2	0	2	2
		Density ρ , kg/m 3	$1.025 \cdot 10^3$	10^3	10^3	10^3
	2	Flow behaviour index n	0.5	0.1	0.5	0.5
		Consistency index K , Pa $\cdot$ s n	0.3	0.5	0.03	0.03
		Yield stress τ , Pa	0	0	0	0
		Density ρ , kg/m 3	10^3	10^3	10^3	10^3
	3	Flow behaviour index n	1	0.5		
		Consistency index K , Pa $\cdot$ s n	$3 \cdot 10^{-3}$	0.1	–	–
		Yield stress τ , Pa	0	0		
		Density ρ , kg/m 3	10^3	10^3		
	3	Flow behaviour index n		1		
		Consistency index K , Pa $\cdot$ s n	–	$3 \cdot 10^{-3}$	–	–
		Yield stress τ , Pa		0		
		Density ρ , kg/m 3		10^3		
Proppant	1	Density ρ , kg/m 3 Diameter D , m	– 10^{-3}	$2.6 \cdot 10^3$ 10^{-3}	$2.6 \cdot 10^3$ 10^{-3}	$2.6 \cdot 10^3$ 10^{-3}
	2	Density ρ , kg/m 3 Diameter D , m	– $5 \cdot 10^{-4}$	$2.6 \cdot 10^3$ $5 \cdot 10^{-4}$	$2.6 \cdot 10^3$ $5 \cdot 10^{-4}$	$2.6 \cdot 10^3$ $5 \cdot 10^{-4}$
Stage	1	Duration, s	600	500	1500	375
		Fluid/Prop. number	1 / –	1 / 1	1 / 1	1 / 1
		Vol. concentration, C_p	–	0.1	0.1	0.1
	2	Duration, s	600	500	1500	375
		Fluid/Prop. number	2 / –	2 / 2	2 / 2	2 / 2
		Vol. concentration, C_p	–	0.1	0.1	0.1
	3	Duration, s	600	500		
		Fluid/Prop. number	3 / –	3 / 1	–	–
		Vol. concentration, C_p	–	0.1		
	4	Duration, s		1500		
		Fluid/Prop. number	–	1 / 2	–	–
		Vol. concentration, C_p		0.1		
Initial Fluid			3	4	1	1

$$w(x, y, t) = \begin{cases} w_0 \sqrt{1 - r^2/r_{tip}^2(t)}, & \text{if } r \leq r_{tip}(t) \\ w_{min} = w_0 \varepsilon_w, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$r^2 = (x - x_0)^2/4 + (y - y_0)^2, \quad r_{tip}(t) = r_0 + v_{tip}t$$